《基于带隙阻波隔振的超材料梁吸隔振一体化设计方法》

的补充材料

魏巍1) 管峰2) 方鑫1)†

1) (国防科技大学智能科学学院,长沙 410073)

2) (海军研究院, 北京 100161)

补充材料 A

对于整个系统的动力学方程可以表述成 $M\ddot{q}+Kq+C\dot{q}=f$ 。其中M, K, C为质量、刚度、阻尼矩阵, q表示广义坐标, f表示载荷矢量。对于广义坐标 q 可以表示成 $q=\tilde{q}e^{i\omega t}$ 。

$$\tilde{D}\tilde{q} = f, \qquad (A1)$$

其中 $D = K - (2\pi f)^2 M + i(2\pi f)C$ 。动刚度矩阵D可以分为左、中、右3个部分, 如下式:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{D}}_{LL} & \tilde{\boldsymbol{D}}_{LI} & \tilde{\boldsymbol{D}}_{LR} \\ \tilde{\boldsymbol{D}}_{IL} & \tilde{\boldsymbol{D}}_{II} & \tilde{\boldsymbol{D}}_{IR} \\ \tilde{\boldsymbol{D}}_{RL} & \tilde{\boldsymbol{D}}_{RI} & \tilde{\boldsymbol{D}}_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{q}_{L} \\ \boldsymbol{q}_{I} \\ \boldsymbol{q}_{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{f}_{L} \\ \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{f}_{R} \end{bmatrix}.$$
(A2)

可以简化成:

$$\begin{bmatrix} \tilde{D}_{LL} - \tilde{D}_{LI}\tilde{D}_{II}^{-1}\tilde{D}_{IL} & \tilde{D}_{LR} - \tilde{D}_{LI}\tilde{D}_{II}^{-1}\tilde{D}_{IR} \\ \tilde{D}_{RL} - \tilde{D}_{RI}\tilde{D}_{II}^{-1}\tilde{D}_{IL} & \tilde{D}_{RR} - \tilde{D}_{RI}\tilde{D}_{II}^{-1}\tilde{D}_{IR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_L \\ q_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_L \\ f_R \end{bmatrix}.$$
 (A3)

写作:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{D}_{LL} & \boldsymbol{D}_{LR} \\ \boldsymbol{D}_{RL} & \boldsymbol{D}_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{q}_{L} \\ \boldsymbol{q}_{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{f}_{L} \\ \boldsymbol{f}_{R} \end{bmatrix}.$$
 (A4)

根据 Bloch 定理,其边界条件和载荷条件可以写作:

$$q_{\rm R} = \mathrm{e}^{\mu} q_{\rm L}, \ f_{\rm R} = -\mathrm{e}^{\mu} f_{\rm L}, \tag{A5}$$

其中 $\mu = -i\kappa a$, a 为元胞中梁的长度。

简化成特征值的形式,即

$$\left| \boldsymbol{D}_{\mathrm{RL}} + \left(\boldsymbol{D}_{\mathrm{LL}} + \boldsymbol{D}_{\mathrm{RR}} \right) \mathrm{e}^{\mu} + \boldsymbol{D}_{\mathrm{LR}} \mathrm{e}^{2\mu} \right| = 0.$$
 (A6)

http://wulixb.iphy.ac.

补充材料 B



式中, *K*_{iso} 和 *M*_{iso} 分别代表波阻隔振器离散模型的刚度矩阵和质量矩阵。其中奇数位自由度代表弹性结构(*m*₁-*k*₁),偶数位自由度代表局域振子(*m*₂-*k*₂)。

由(A5)式计算特征频率,结果如图 S1(a)所示,其前四阶与后四阶特征频率 分布有着极大差别。前四阶逐步逼近 *f*_{iso},而后四阶则近似成线性增大。

由(A5)式计算的特征向量,结果如图 S1(b)所示。通过图 S1(b)可知,前四阶 模态的局域振子 m₂-k₂ 的归一化位移明显大于弹性结构 m₁-k₁ 的位移,后四阶则 恰好相反。这说明前四阶模态由局域振子 m₂-k₂ 激发,后四阶模态由弹性结构 m₁k₁ 激发。



图 S1 波阻隔振器离散模型的 8 阶特征频率和模态向量

Fig.S1. The 8th order characteristic frequency and modal vector of the discrete model of the wave barrier oscillator.

补充材料 C

波阻隔振器的多模态共振所产生的横向 LR 带隙的特征频率显然刚度矩阵 K_{iso}和质量矩阵 M_{iso} 决定。为了分析刚度矩阵 K_{iso} 中参数 k₁ 和 k₂ 对于特征频率的 影响,保持质量矩阵 M_{iso} 不变, k₁ 和 k₂ 可以分别用 f₀和 f_{iso} 表示,如(C1)式所示:

$$k_1 = 5M(2\pi f_0)^2, \ k_2 = M\beta \frac{r}{1+r}(2\pi f_{\rm iso})^2.$$
 (C1)

对于 LR 带隙起始频率, f₀ 从 5 增至 15, f_{iso} 从 30 变化到 60, 计算第 1 阶 和第 4 阶的特征频率,结果如图 2(a)所示, f₀ 和 f_{iso} 分别增大时,带隙起始频率也 随之增大。此外, f₀ 越大,第四阶 LR 带隙频率越接近 f_{iso}。

对于 LR 带隙宽度,保持 r = 20, $\beta = 1$, a = 3000 mm,计算 f_0 从 8 Hz 变化 至 15 Hz 的 LR 带隙,结果如 S2(b)所示,随着 f_0 增大,LR 带隙的宽度也随之增大。



图 S2 单层支撑刚度 k₁和局域共振频率 f_{iso} 对于纵向 LR 带隙的影响规律 (a) LR 带隙起始频 率; (b) LR 带隙宽度

Fig.S2. Influence of single-layer support stiffness k_1 and local resonance frequency f_{iso} on the longitudinal LR bandgap: (a) Starting frequency of the LR bandgap; (b) width of the LR bandgap.