

# 《基于带隙阻波隔振的超材料梁吸隔振一体化设计方法》 的补充材料

魏巍<sup>1)</sup> 管峰<sup>2)</sup> 方鑫<sup>1)†</sup>

1) (国防科技大学智能科学学院, 长沙 410073)

2) (海军研究院, 北京 100161)

## 补充材料 A

对于整个系统的动力学方程可以表述成  $\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{f}$ 。其中  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{K}$ ,  $\mathbf{C}$  为质量、刚度、阻尼矩阵,  $\mathbf{q}$  表示广义坐标,  $\mathbf{f}$  表示载荷矢量。对于广义坐标  $\mathbf{q}$  可以表示成  $\mathbf{q} = \tilde{\mathbf{q}}e^{i\omega t}$ 。

$$\tilde{\mathbf{D}}\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{f}, \quad (\text{A1})$$

其中  $\mathbf{D} = \mathbf{K} - (2\pi f)^2 \mathbf{M} + i(2\pi f)\mathbf{C}$ 。动刚度矩阵  $\mathbf{D}$  可以分为左、中、右 3 个部分, 如下式:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{D}}_{LL} & \tilde{\mathbf{D}}_{LI} & \tilde{\mathbf{D}}_{LR} \\ \tilde{\mathbf{D}}_{IL} & \tilde{\mathbf{D}}_{II} & \tilde{\mathbf{D}}_{IR} \\ \tilde{\mathbf{D}}_{RL} & \tilde{\mathbf{D}}_{RI} & \tilde{\mathbf{D}}_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_L \\ q_I \\ q_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_L \\ 0 \\ f_R \end{bmatrix}. \quad (\text{A2})$$

可以简化成:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{D}}_{LL} - \tilde{\mathbf{D}}_{LI}\tilde{\mathbf{D}}_{II}^{-1}\tilde{\mathbf{D}}_{IL} & \tilde{\mathbf{D}}_{LR} - \tilde{\mathbf{D}}_{LI}\tilde{\mathbf{D}}_{II}^{-1}\tilde{\mathbf{D}}_{IR} \\ \tilde{\mathbf{D}}_{RL} - \tilde{\mathbf{D}}_{RI}\tilde{\mathbf{D}}_{II}^{-1}\tilde{\mathbf{D}}_{IL} & \tilde{\mathbf{D}}_{RR} - \tilde{\mathbf{D}}_{RI}\tilde{\mathbf{D}}_{II}^{-1}\tilde{\mathbf{D}}_{IR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_L \\ q_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_L \\ f_R \end{bmatrix}. \quad (\text{A3})$$

写作:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D}_{LL} & \mathbf{D}_{LR} \\ \mathbf{D}_{RL} & \mathbf{D}_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_L \\ q_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_L \\ f_R \end{bmatrix}. \quad (\text{A4})$$

根据 Bloch 定理, 其边界条件和载荷条件可以写作:

$$q_R = e^{\mu} q_L, \quad f_R = -e^{\mu} f_L, \quad (\text{A5})$$

其中  $\mu = -ika$ ,  $a$  为元胞中梁的长度。

简化成特征值的形式, 即

$$\left| \mathbf{D}_{RL} + (\mathbf{D}_{LL} + \mathbf{D}_{RR})e^{\mu} + \mathbf{D}_{LR}e^{2\mu} \right| = 0. \quad (\text{A6})$$



## 补充材料 C

波阻隔振器的多模态共振所产生的横向 LR 带隙的特征频率显然刚度矩阵  $\mathbf{K}_{\text{iso}}$  和质量矩阵  $\mathbf{M}_{\text{iso}}$  决定。为了分析刚度矩阵  $\mathbf{K}_{\text{iso}}$  中参数  $k_1$  和  $k_2$  对于特征频率的影响, 保持质量矩阵  $\mathbf{M}_{\text{iso}}$  不变,  $k_1$  和  $k_2$  可以分别用  $f_0$  和  $f_{\text{iso}}$  表示, 如(C1)式所示:

$$k_1 = 5M(2\pi f_0)^2, \quad k_2 = M\beta \frac{r}{1+r} (2\pi f_{\text{iso}})^2. \quad (\text{C1})$$

对于 LR 带隙起始频率,  $f_0$  从 5 增至 15,  $f_{\text{iso}}$  从 30 变化到 60, 计算第 1 阶和第 4 阶的特征频率, 结果如图 2(a)所示,  $f_0$  和  $f_{\text{iso}}$  分别增大时, 带隙起始频率也随之增大。此外,  $f_0$  越大, 第四阶 LR 带隙频率越接近  $f_{\text{iso}}$ 。

对于 LR 带隙宽度, 保持  $r = 20$ ,  $\beta = 1$ ,  $a = 3000 \text{ mm}$ , 计算  $f_0$  从 8 Hz 变化至 15 Hz 的 LR 带隙, 结果如 S2(b)所示, 随着  $f_0$  增大, LR 带隙的宽度也随之增大。

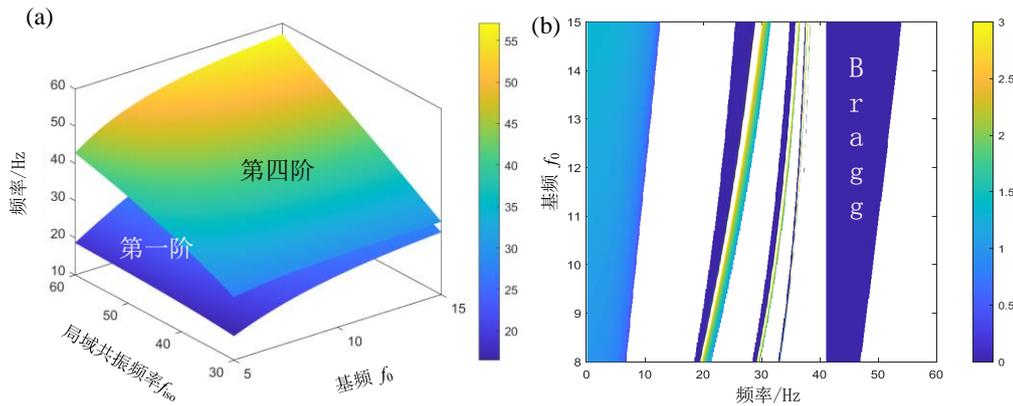


图 S2 单层支撑刚度  $k_1$  和局域共振频率  $f_{\text{iso}}$  对于纵向 LR 带隙的影响规律 (a) LR 带隙起始频率; (b) LR 带隙宽度

Fig.S2. Influence of single-layer support stiffness  $k_1$  and local resonance frequency  $f_{\text{iso}}$  on the longitudinal LR bandgap: (a) Starting frequency of the LR bandgap; (b) width of the LR bandgap.